Solucionario de

Ejercicios de repaso y autoevaluación

Solucionario Capítulo 1

1. Calcular las siguientes expresiones numéricas:

a. $-2 \cdot 5 - 3[-4 + 5 - 2(3 - 6)^2 + 8] \cdot 2 - 1$

SOLUCIÓN:

$-2 \cdot 5 - 3[-4 + 5 - 2(3 - 6)^2 + 8] \cdot 2 - 1 =$
$= -10 - 3 \cdot (1 - 2(-3)^2 + 8) \cdot 2 - 1 =$
$= -10 - 3 \cdot (1 - 2 \cdot 9 + 8) \cdot 2 - 1 =$
$= -10 - 3 \cdot (-9) \cdot 2 - 1 = -10 + 54 - 1$ **= 43**

b. $7 - [2 \cdot (2 - 5)^3 \cdot (-8) + 34 \cdot 2^2 - 5(-7)] - 2^2 : 4$

SOLUCIÓN:

$7 - [2 \cdot (2 - 5)^3 \cdot (-8) + 34 \cdot 2^2 - 5(-7)] - 2^2 : 4 =$
$= 7 - [2 \cdot (-3)^3 \cdot (-8) + 34 \cdot 4 + 35] - 4 : 4 =$
$= 7 - [2 \cdot (-27) \cdot (-8) + 136 + 35] - 1 =$
$= 7 - [432 + 136 + 35] - 1 = 7 - 603 - 1$ **= –597**

c. $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{3}$

SOLUCIÓN:

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{3} = \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{3} = \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{3} =$$

$$= \frac{\cancel{5} \cdot 1}{12 \cdot \cancel{5}} + \frac{4}{3} = \frac{1}{12} + \frac{4}{3} = \frac{1}{12} + \frac{16}{12} = \mathbf{\frac{17}{12}}$$

d. $-\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} + \frac{4}{3} : \frac{2}{9} + \frac{7}{3}$

SOLUCIÓN:

$$\left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{4}{3} : \frac{2}{9}\right) + \frac{7}{3} = \frac{-10}{18} + \frac{36}{6} + \frac{7}{3} =$$

$$\frac{-10}{18} + \frac{108}{18} + \frac{42}{18} = \frac{140}{18} = \mathbf{\frac{70}{9}}$$

e. $6 - \frac{3}{4} : \frac{9}{2} - 2\left(2 - \frac{3}{5}\right)$

SOLUCIÓN:

$$6 - \left(\frac{3}{4} : \frac{9}{2}\right) - 2\left(2 - \frac{3}{5}\right) = 6 - \left(\frac{6}{36}\right) - \left[2 \cdot \left(\frac{10}{5} - \frac{3}{5}\right)\right] =$$

$= 6 - \frac{6}{36} - \left(2 \cdot \frac{7}{5}\right)$. Simplificando la fracción $\frac{6}{36}$ y resolviendo paréntesis

nos queda: $6 - \frac{1}{6} - \frac{14}{5} = \frac{6 \cdot 30}{30} - \frac{1 \cdot 5}{30} - \frac{14 \cdot 6}{30} = \frac{180 - 5 - 84}{30} = \mathbf{\frac{91}{30}}$

2. A una reserva de la vida salvaje van a llegar 240 impalas y 9 leones. Las jaulas en las que se transportan deben ser iguales y lo más grandes posible, y todas deben transportar el mismo número de animales ¿Cuántos animales deben ir en cada jaula, si se pretende que los leones no se coman a los impalas? ¿Cuántas jaulas serán necesarias? (Se tomarán las precauciones necesarias para que ni los leones ni los impalas se ataquen dentro de su jaula).

Para evitar que los leones se coman a los impalas, deben trasladarse en jaulas separadas.

Hay que encontrar un divisor común de 240 y 9, y que, además, sea el mayor.

Se hace la descomposición factorial de ambas cantidades:

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$
$$9 = 3^2$$

Se calcula el m. c. d. (240, 9) = 3.

El número máximo de animales por jaula es de 3.

Serán necesarias:

240 : 3 **= 80 jaulas para impalas**
9 : 3 **= 3 jaulas para leones**

3. Tres obreros realizaron al tercera, la cuarta y la quinta parte de una obra respectivamente ¿Qué parte de la obra han terminado? ¿Cuánta obra queda por hacer?

- Han hecho de la obra:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{20 + 15 + 12}{60} = \mathbf{\frac{47}{60}}$$

- Queda por hacer de la obra:

$$1 - \frac{47}{60} = \frac{60 - 47}{60} = \mathbf{\frac{13}{60}}$$

4. Realizar las siguientes operaciones:

a. $20\ \frac{3}{4} + 27\ \frac{2}{3}$

SOLUCIÓN:

$$20\ \frac{3}{4} + 25\ \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 20 + 3}{4} + \frac{3 \cdot 25 + 2}{3} = \frac{83}{4} + \frac{77}{3} =$$

$$\frac{3 \cdot 83 + 4 \cdot 77}{12} = \frac{557}{12} = \mathbf{46\,\frac{5}{12}}$$

También puede hacerse sumando, por un lado, las partes enteras y, por otro, los decimales, es decir:

$$20\,\frac{3}{4} + 25\,\frac{2}{3} = 45 + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) = 45 + \left(\frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{12}\right) =$$

$$= 45 + \frac{17}{12} = 45 + 1 + \frac{5}{12} = \mathbf{46\,\frac{5}{12}}$$

b. $3\,\frac{2}{5} - 2\,\frac{7}{8}$

SOLUCIÓN:

$$3\,\frac{2}{5} - 2\,\frac{7}{8} = \frac{5 \cdot 3 + 2}{5} - \frac{8 \cdot 2 + 7}{8} = \frac{17}{5} - \frac{23}{8} =$$

$$= \frac{8 \cdot 17 - 5 \cdot 23}{40} = \mathbf{\frac{21}{40}}$$

c. $10\,\frac{3}{4} - 2\,\frac{2}{5}$

SOLUCIÓN:

$$10\,\frac{3}{4} - 2\,\frac{2}{5} = \frac{4 \cdot 10 + 3}{4} - \frac{5 \cdot 2 + 2}{5} = \frac{43}{4} - \frac{12}{5} =$$

$$= \frac{5 \cdot 43 - 4 \cdot 12}{20} = \frac{167}{20} = \mathbf{8\ \frac{7}{20}}$$

5. Tres trabajadores realizan la descarga de un camión de frutas. El primero descarga 45 cajas, el segundo 20 y el tercero 35. Por todo el trabajo han cobrado 150 €. Deciden repartirlo de forma proporcional al trabajo que ha hecho cada uno ¿Cuánto le corresponde cobrar a cada uno?

La cantidad que debe cobrar cada uno es directamente proporcional al número de cajas que ha descargado. Se trata de un reparto proporcional directo. Llamando x, y y z a las cantidades que recibirá cada uno, puede escribirse:

$$\frac{x}{45} = \frac{y}{20} = \frac{z}{35} = \frac{x+y+z}{45+20+35} = \frac{150}{100} = 1{,}5$$

De aquí, pueden obtenerse tres igualdades que se resuelven por separado:

$$\frac{x}{45} = 1{,}5 \Rightarrow x = 1{,}5 \cdot 45 = \mathbf{67{,}5\ €}$$

$$\frac{y}{20} = 1{,}5 \Rightarrow y = 1{,}5 \cdot 20 = \mathbf{30\ €}$$

$$\frac{z}{35} = 1{,}5 \Rightarrow z = 1{,}5 \cdot 35 = \mathbf{52{,}5\ €}$$

6. Por dos coches de segunda mano con cilindradas de 1.500 cc y de 1.900 cc respectivamente se pagó 4.760 €. En el momento de la compra, el primero tenía dos años y medio y el segundo cuatro años. Se pide:

a. ¿Cuánto se pagó por cada uno si el precio se estableció proporcionalmente a la cilindrada de cada vehículo?

En este caso, se trata de un reparto proporcional directo. Llamando x e y a lo que se paga por cada coche, puede establecerse:

$$\frac{x}{1.500} = \frac{y}{1.900} = \frac{z}{1.500 + 1.900} = \frac{4.760}{3.400} = 1{,}4$$

De aquí, se obtienen dos igualdades que permiten calcular x e y:

$$\frac{x}{1.500} = 1{,}4 \Rightarrow x = 1{,}4 \cdot 1.500 = \mathbf{2.100\ €}$$

$$\frac{y}{1.900} = 1{,}4 \Rightarrow y = 1{,}4 \cdot 1.900 = \mathbf{2.660\ €}$$

O sea, se pagan 2.100 € por el coche de 1500 c. c. y 2.660 € por el de 1.900 c. c.

b. ¿Y si se estableció en proporción inversa a la antigüedad del coche? (cc significa centímetros cúbicos e indica la capacidad de los cilindros del motor del vehículo).

En este caso, se trata de un reparto inversamente proporcional, ya que, cuanto más viejo es el coche, menos se paga por él. Llamando z y k a lo que se paga por cada coche, puede establecerse:

$$\frac{z}{\frac{1}{2{,}5}} = \frac{k}{\frac{1}{4}} = \frac{z + k}{\frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{4}} = \frac{z + k}{0{,}4 + 0{,}25} = \frac{4.760}{0{,}65} = 7.323{,}08$$

(Nota: 2,5 = 2 años y medio.)

Ahora, se calculan las incógnitas z y k planteando las dos igualdades por separado:

$$\frac{z}{\frac{1}{2{,}5}} = 7.323{,}08 \Rightarrow 2{,}5\, z = 7.323{,}08 \Rightarrow z = \frac{7.323{,}08}{2{,}5} = \mathbf{2.929{,}23\ €}$$

$$\frac{k}{\frac{1}{4}} = 7.323,08 \Rightarrow 4\,k = 7.323,08 \Rightarrow k = \frac{7.323,08}{4} = \mathbf{1.830,77\ €}$$

7. Una receta de cocina nos especifica los siguientes ingredientes para 4 personas:

- **300 g de harina.**
- **2 huevos.**
- **250 g de mantequilla.**
- **200 g de azúcar.**
- **1kg de manzanas.**

Calcular los ingredientes necesarios para elaborar este producto para 10 personas.

El número de personas y la cantidad de ingredientes son magnitudes directamente proporcionales. Usando una regla de tres directa y calculando ingrediente por ingrediente, se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} 4 \text{ personas} \longrightarrow 300 \text{ g de harina} \\ 10 \text{ personas} \longrightarrow x_1 \text{ g de harina} \end{array}\right\} x_1 = \frac{10 \cdot 300}{4} = \mathbf{750\ g\ de\ harina}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4 \text{ personas} \longrightarrow 2 \text{ huevos} \\ 10 \text{ personas} \longrightarrow x_2 \text{ huevos} \end{array}\right\} x_2 = \frac{10 \cdot 2}{4} = \mathbf{5\ huevos}$$

Así, pude seguirse con todos los ingredientes. Sin embargo, se observa que la solución consiste en multiplicar la cantidad necesaria para 4 personas por la fracción

$$\frac{10}{4} = 2,5$$

(constante de proporcionalidad).

Luego, puede hacerse mucho más rápido. Los resultados son:

- $250 \cdot 2{,}5 = 625$ g de mantequilla.
- $200 \cdot 2{,}5 = 500$ g de azúcar.
- $1 \cdot 2{,}5 = 2{,}5$ kg de manzanas.

8. **Un depósito de agua para riego de unos jardines tiene agua para 40 días si se riega durante 3 horas diarias ¿Cuánto durará el agua si se riega 4 horas diarias?**

   Las magnitudes duración de agua en el depósito y horas diarias que se riega son inversamente proporcionales, ya que, cuantas más horas se riegue, menos durará el agua del depósito. Puede aplicarse una regla de tres inversa: llamando x al número de días que durará el agua del depósito regando cuatro horas diarias:

$$40 \cdot 3 = x \cdot 4 \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 30}{4} = 30 \text{ días}$$

   También puede resolverse utilizando la representación esquemática:

$$\left.\begin{array}{lcr} \text{3 horas diarias} & \xrightarrow{(\,\cdot\,)} & \text{40 días} \\ \text{4 horas diarias} & \xleftarrow[(\,:\,)]{} & \text{x días} \end{array}\right\} x = \frac{40 \cdot 30}{4} = \mathbf{30\ días}$$

9. **Tres amigos instalan un taller de reparación de motocicletas y comprueban que un determinado mes han hecho en caja la cantidad de 6.000 €. Saben que el 20 % de los ingresos son para pagar impuestos, el 37 % es para pagar las piezas y productos que emplean en las reparaciones, el 5 % es para pagar gastos de luz y agua. También deciden reservar 250 € para amortizar máquinas, arreglar averías, etc. El resto se reparte como beneficio. Se pide:**

   En primer lugar, hay que ver cuánto queda de beneficio para repartir. Pueden sumarse los porcentajes, pues todos están referidos a la misma cantidad (6.000 €). El porcentaje total a deducir es: $20 + 37 + 5 = 62$ %.

$$6.000 \cdot \frac{62}{100} = \mathbf{3.720\ €}$$

A esto se le añaden los 250 € que se reservan para amortización y averías. O sea, que hay que descontar 3.720 + 250 = 3.970 € de gastos totales.

Lo que queda para repartir será:

$$6.000 - 3.970 = \mathbf{2.030\ €}$$

Ingreso – Gasto = Descuento

a. Si los tres trabajan igual, se divide la cantidad anterior entre 3. Cada uno recibe:

$$2.030 : 3 = 676{,}67\ €$$

b. Si uno trabaja en el taller 8 horas diarias, otro 6 y otro 5, ¿cuánto debe cobrar cada uno?

En este caso, se trata de un reparto proporcional directo: mientras más horas se trabaja, más se cobra. Llamando x, y y z a las cantidades que percibirá cada uno, puede escribirse:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{8+6+5} = \frac{2.030}{19} = \mathbf{106{,}842}$$

De aquí, se obtienen tres igualdades que se resuelven por separado:

$$\frac{x}{8} = 106{,}842 \Rightarrow x = 106{,}842 \cdot 8 = \mathbf{854{,}74\ €}$$

$$\frac{y}{6} = 106{,}842 \Rightarrow y = 106{,}842 \cdot 6 = \mathbf{641{,}05\ €}$$

$$\frac{z}{5} = 106{,}842 \Rightarrow z = 106{,}842 \cdot 5 = \mathbf{534{,}21\ €}$$

10. Un cliente compra en un comercio de ropa varias prendas: una camisa de 48 €, un jersey de 75 € y unos pantalones de 90 €. En la camisa le hacen un descuento del 20%, en el jersey del 12 % y en los pantalones del 5 %. Además, por comprar con la tarjeta familiar de dicho comercio, le hacen un descuento adicional del 2 % sobre lo que tiene que abonar. Se pide:

a. ¿Cuánto tiene que pagar?

La cantidad de descuento de cada una de las tres prendas será:

- Descuento de la camisa:

$$48 \cdot \frac{20}{100} = \mathbf{9,6\ €}$$

- Descuento del jersey:

$$75 \cdot \frac{12}{100} = \mathbf{9\ €}$$

- Descuento de los pantalones:

$$90 \cdot \frac{5}{100} = \mathbf{4,5\ €}$$

El coste de las tres prendas una vez efectuados sus descuentos será:

$$(48 + 75 + 90) – (9,6 – 9 – 4,5) = \mathbf{189,9\ €}$$

Precios iniciales - descuentos = precio final

Ahora, se aplica el 2 % de descuento por el uso de la tarjeta familiar:

$$189,9 \cdot \frac{2}{100} = \mathbf{3,8\ €}$$

El total a pagar es de:

$$189{,}9 - 3{,}8 = \mathbf{186{,}1\ €}$$

b. ¿Si consideramos que los precios anteriores no tienen aplicado el IVA, y que éste es del 21 %, cuanto tiene que pagar entonces?

A lo anterior, se le aplica un incremento del 21 % en concepto de IVA. El total a pagar será de:

$$186{,}1 + \left(186{,}1 \cdot \frac{21}{100}\right) = 186{,}1 + 39{,}08 = \mathbf{225{,}18\ €}$$

Hubiera dado exactamente el mismo resultado si se hubiese aplicado el incremento del IVA a los precios iniciales de los artículos y, luego, se hubiesen aplicado los descuentos.

Solucionario Capítulo 2

1. **Si se aplica un tipo de cambio de 1 € = $ 1,36, determine cuál sería el billete americano que más se aproximaría en el cambio al de la moneda de 2 € por defecto y por exceso.**

   Conocido el valor en dólares de 1 €, el valor de 2 € sería el doble, por lo tanto, 2 € = 2 · 1,36 = $ 2,27.

   El billete americano que más se aproxima por defecto a la moneda de 2 € es el de **$ 2** y el que más se aproxima por exceso es el de **$ 5.**

2. **Realice los siguientes cambios de unidades de longitud:**

   a. **Expresar en centímetros las siguientes medidas: 3,5 m, 40 dm, 387 mm, 2 km, 9 mm y 2,3 dam.**

      En cada escalón, se multiplica o divide por 10:

      - 3,5 m (hay que bajar dos escalones) = **350 cm.**
      - 40 dm (hay que bajar tres escalones) = **400 cm.**
      - 387 mm (hay que subir un escalón) = **38,7 cm.**
      - 2 km (hay que bajar cinco escalones) = **200.000 cm.**
      - 9 mm (hay que subir un escalón) = **0,9 cm.**
      - 2,3 dam (hay que bajar tres escalones) = **2.300 cm.**

   b. **Expresar en milímetros las siguientes medidas: 48 cm, 3,7 cm, 2 dm, 3 m y 1,3 dam.**

      En cada escalón, se multiplica o divide por 10:

      - 48 cm (hay que bajar un escalón) = **480 mm.**
      - 3,7 cm (hay que bajar un escalón) = **37 mm.**
      - 2 dm (hay que bajar dos escalones) = **200 mm.**
      - 3 m (hay que bajar tres escalones) = **3.000 mm.**
      - 1,3 dam (hay que bajar cuatro escalones) = **13.000 mm.**

c. **Expresar en metros las siguientes medidas: 72 cm, 3 dam, 96 mm y 3,5 hm.**

En cada escalón, se multiplica o divide por 10:

- 72 cm (hay que subir un escalón) **= 0,72 m.**
- 3 dam (hay que bajar un escalón) **= 30 m.**
- 96 mm (hay que subir tres escalones) **= 0,096 m.**
- 3,5 hm (hay que bajar dos escalones) **= 350 m.**

3. **La casa de Javier se encuentra a 2,35 km 4,75 dam 18,3 m de su trabajo y la de Marcos, a 22 hm 34,2 dam 30.130 cm. Averigüe cuál de los dos vive más cerca.**

Ambas distancias están dadas en forma de número complejo. Para compararlas, es más fácil expresarlas en forma de número incomplejo, así que se hallará cada distancia como número incomplejo en una misma unidad y se compararán. Pueden expresarse en cualquier unidad de longitud, pero lo más fácil es expresarlas en la menor de las unidades presentes, que son los centímetros. Así, todas las operaciones consistirán en multiplicar por 1 seguido de tantos 0 como escalones de separación haya entra la unidad en la que está expresada cada cantidad y los centímetros.

El número incomplejo que representa la distancia de la casa de Javier al trabajo es 2,35 km 4,75 dam 18,3 m, en centímetros:

- 2,35 hm = 2,35 · 100.000 = 235.000.
- 4,75 dam = 4,75 · 1.000 = 47.500.
- 18,3 m = 18,3 · 100 **= 1830.**

Por tanto, 2,35 km 4,75 dam 18,3 m = 284.330 cm.

El número incomplejo que representa la distancia de la casa de Marcos al trabajo es 22 hm 34,2 dam 30.130 cm, en centímetros:

- 22 hm = 22 · 100.000 = 220.000.
- 34,2 dam = 34,2 · 1.000 = 34.200.
- 30.130 cm = 18,3 · 100 = 30.130.

Por tanto, 22 hm 34,2 dam 30.130 cm = 284.330 cm.

Como ambos números incomplejos son iguales, ambos viven a la misma distancia del trabajo.

4. Ejecute los siguientes cambios de unidades de superficie:

a. Expresar en centímetros cuadrados las siguientes medidas: 3,5 m² , 40 dm², 387 mm², 0,02 m² y 90 mm².

En cada escalón se multiplica o divide por 100:

- 3,5 m² (hay que bajar dos escalones) **= 35.000 cm².**
- 40 dm² (hay que bajar un escalón) **= 4.000 cm².**
- 387 mm² (hay que subir un escalón) **= 3,87 cm².**
- 0,02 m² (hay que bajar dos escalones) **= 200 cm².**
- 90 mm² (hay que subir un escalón) **= 0,9 cm².**

b. Expresar en milímetros cuadrados las siguientes medidas: 48 cm², 3,7 cm², 0,02 dm² y 0,001 m².

En cada escalón se multiplica o divide por 100:

- 48 cm² (hay que bajar un escalón) **= 4.800 mm².**
- 3,7 cm² (hay que bajar un escalón) **= 370 mm².**
- 0,02 dm² (hay que bajar dos escalones) **= 200 mm².**
- 0,001 m² (hay que bajar dos escalones) **= 1000 mm².**

c. Expresar en metros cuadrados las siguientes medidas: 7.300 cm², 3 dam², 960.000 mm² y 350 dm².

En cada escalón se multiplica o divide por 100:

- 7.300 cm² (hay que subir dos escalones) **= 0,73 m².**
- 3 dam² (hay que bajar un escalón) **= 300 m².**
- 960.000 mm² (hay que subir tres escalones) **= 0,96 m².**
- 350 dm² (hay que subir un escalón) **= 3,5 m².**

5. Establezca cuál es el valor de una finca si su superficie es de 1,5 ha 150 a 146,5 ca y el metro cuadrado se vende a 18 €.

Hay que hallar el equivalente en metros cuadrados de cada cantidad y, luego, sumarlas antes de multiplicar los metros cuadrados totales por el precio del metro cuadrado.

En cada escalón, se multiplica o divide por 100, menos en el caso de ca, que equivale al metro cuadrado.

- 150 a (hay que bajar un escalón) **= 15.000 m^2.**
- 1,5 ha (hay que bajar dos escalones) **= 15.000 m^2.**
- 146,5 ca = 146,5 m^2.

La superficie de la finca sería:

$$15.000 + 15.000 + 146{,}5 = 30.146{,}5 \text{ m}^2$$

Y su valor:

$$30.146{,}5 \cdot 18 = \mathbf{904.395\ €}$$

6. Efectúe los siguientes cambios de unidades de volumen:

a. Expresar en centímetros cúbicos las siguientes medidas: 0,5m^3, 40 dm^3, 3.870 mm^3 y 0,012 m^3.

En cada escalón se multiplica o divide por 1.000:

- 0,5 m^3 (hay que bajar dos escalones) **= 500.000 cm^3.**
- 40 dm^3 (hay que bajar un escalón) **= 40.000 cm^3.**
- 3870 mm^3 (hay que subir un escalón) **= 3,87 cm^3.**
- 0,012 m^3 (hay que bajar dos escalones) **= 12.000 cm^3.**

b. Expresar en milímetros cúbicos las siguientes medidas: 4,6 cm^3, 0,07 cm^3 y 0,00205 dm^3.

En cada escalón se multiplica o divide por 1.000:

- 4,6 cm^3 (hay que bajar un escalón) **= 4.600 mm^3.**
- 0,07 cm^3 (hay que bajar un escalón) **= 70 mm^3.**
- 0,00205 dm^3 (hay que bajar dos escalones) **= 2.050 m^3.**

c. Expresar en metro cúbico las siguientes medidas: 78.000 cm³, 3 dam³, 96.040 dm³ y 2 hm³.

En cada escalón se multiplica o divide por 1000:

- 78.000 cm³ (hay que subir dos escalones) = **0,078 m³.**
- 3 dam³ (hay que bajar un escalón) = **3.000 m³.**
- 96.040 dm³ (hay que subir un escalón) = **96,04 m³.**
- 2 hm³ (hay que bajar dos escalones) = **2.000.000 m³.**

d. Expresar en decímetros cúbicos las siguientes medidas: 1,03 m³, 1.600 cm³, 0,8 m³ y 750 cm³.

En cada escalón se multiplica o divide por 1.000:

- 1,03 m³ (hay que bajar un escalón) = **1.030 dm³.**
- 1600 cm³ (hay que subir un escalón) = **1,6 dm³.**
- 0,8 m³ (hay que bajar un escalón) = **800 dm³.**
- 750 cm³ (hay que subir un escalón) = **0,75 dm³.**

7. Desarrolle los siguientes cambios de unidades de volumen:

a. Expresar en metros cúbicos las siguientes medidas: 150 l, 1,7 hl, 11.467,5 cl, 75.000 ml y 800 dl.

En cada escalón de las medidas de capacidad, se multiplica o divide por 10; hay que tener en cuenta que 1 l equivale a 1 dm³ y que, en cada escalón de las medidas de volumen, se multiplica o divide por 1.000:

- 150 l (hay que subir un escalón en las medidas de volumen) = **0,15 m³.**
- 1,7 hl (hay que bajar dos escalones en las medidas de capacidad y subir uno más en las de volumen) = **0,17 m³.**
- 11.467,5 cl (hay que subir dos escalones en las medidas de capacidad y uno más en las de volumen) = **0,114675 m³.**
- 75.000 ml (hay que subir tres escalones en las medidas de capacidad y uno más en las de volumen) = **0,075 m³.**
- 800 dl (hay que subir un escalón en las medidas de capacidad y uno más en las de volumen) = **0,08 m³.**

b. **Expresar en litros las siguientes medidas: 1,3 m³, 750 cm³, 40 dm³ y 1.000 cm³.**

En cada escalón de las medidas de volumen, se multiplica o divide por 1.000; hay que tener en cuenta que 1 dm³ equivale a 1 l:

- 1,3 m³ (hay que bajar un escalón en las medidas de volumen para llegar al decímetro cúbico) **= 1.300 l.**
- 750 cm³ (hay que subir un escalón en las medidas de volumen para llegar al decímetro cúbico) **= 0,75 l.**
- 40 dm³ **= 40 l.**
- 1.000 cm³ (hay que subir un escalón en las medidas de volumen para llegar al decímetro cúbico) **= 1 l.**

8. **Calcule el volumen de un depósito cuyos lados miden 40 cm de ancho, 65 cm de largo y 1 m de alto. Exprese dicho volumen en metros cúbicos, en decímetros cúbicos, en centímetros cúbicos y en litros.**

El volumen del depósito se halla multiplicando las dimensiones de sus tres lados, pero hay que tener cuidado de que los tres estén expresados en la misma unidad.

Expresando todas las medidas en metros, las dimensiones de la cala son 0,4 de ancho, 0,65 m de largo y 1 m de alto.

A continuación, se multiplican las tres dimensiones para hallar el volumen:

$$V = 0{,}4 \cdot 0{,}65 \cdot 1 = 0{,}26 \text{ m}^3$$

Ahora, hay que expresar 0,26 m³ en el resto de las unidades pedidas:

- 0,26 m³ (hay que bajar un escalón) **= 260 dm³.**
- 260 dm³ (hay que tener en cuenta que 1 dm³ equivale a 1 l) **= 260 l.**
- 0,26 m³ (hay que bajar dos escalones) **= 260.000 cm³.**

9. **El depósito anterior se llena de agua con una cantidad desconocida de agua y, para saber la cantidad que hay, se mete una varilla numerada hasta el fondo. Al sacarla, se observa que se ha mojado hasta una altura de 64 cm, deduzca cuántos litros de agua hay en el depósito.**

El volumen de agua sigue siendo un prisma; ahora, su altura es 64 cm en vez de 1 m³, así que se aplica la misma fórmula:

$$V = 0{,}4 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}64 = 0{,}1664\ m^3$$

Ahora, hay que expresar 0,1664 m³ en las unidades pedidas: 0,1664 m³ (hay que bajar un escalón en las medidas de volumen para llegar al decímetro cúbico) **= 166,4 l.**

10. **Lleve a cabo los siguientes cambios de unidades de masa:**

a. **Expresar en gramos las siguientes medidas: 4,6 hg, 4.250 mg, 3,7 kg y 340 cg.**

En cada escalón, se multiplica o divide por 10:

- 4,6 hg (hay que bajar dos escalones) **= 460 g.**
- 4.250 mg (hay que subir tres escalones) **= 4,25 g.**
- 3,7 kg (hay que bajar tres escalones) **= 3.700 g.**
- 340 cg (hay que subir dos escalones) **= 3,4 g.**

b. **Expresar en kilogramos las siguientes medidas: 0,5 t, 15 hg y 3800 g.**

En cada escalón, se multiplica o divide por 10. De toneladas a kilogramos hay tres escalones:

- 0,5 t (hay que bajar tres escalones) **= 500 kg.**
- 15 hg (hay que subir un escalón) **= 1,5 kg.**
- 3.800 g (hay que subir tres escalones) **= 3,8 kg.**

c. **Expresar en toneladas las siguientes medidas: 7.500 kg y 85.000 g.**

En cada escalón, se multiplica o divide por 10. De toneladas a kilogramos hay tres escalones:

- 7.500 kg (hay que subir tres escalones) **= 7,5 t.**
- 85.000 g (hay que subir seis escalones) **= 0,085 t.**

Solucionario Capítulo 3

1. **Exprese los siguientes ángulos según se indica.**

   a. **Escriba en forma decimal los siguientes ángulos expresados en forma compleja:**

15º 20' 12"

Se pasan los 12" a minutos dividiendo por 60:

$$12'' : 60 = 0{,}2' \rightarrow 20'' + 0{,}2' = 20{,}2'$$

Hay, por tanto, 20,2', que se pasan a grados dividiendo por 60:

$$20{,}2' : 60 = 0{,}337^{\circ} \rightarrow 15^{\circ} + 0{,}337^{\circ} = 15{,}33$$

Por lo tanto:

$$15^{\circ}\ 20'\ 12'' = \mathbf{15{,}337^{\circ}}$$

45º 2' 50"

Se pasan los 50" a minutos:

$$50'' : 60 = 0{,}833' \rightarrow 2' + 0{,}833' = 2{,}833'$$

Se tienen, por tanto, 2,833', que se pasan a grados:

$$2{,}833' : 60 = 0{,}047^{\circ} \rightarrow 45^{\circ} + 0{,}047^{\circ} = 45{,}047^{\circ}$$

Por lo tanto:

$$45^{\circ}\ 2'\ 50'' = \mathbf{45{,}047^{\circ}}$$

17º 40' 7"

Se pasan 7" a minutos:

$$7'' : 60 = 0{,}117' \rightarrow 40' + 0{,}117' = 40{,}117'$$

Se tienen, pues, 40,117', que se pasan a grados:

$$40{,}117' : 60 = 0{,}669^\circ \rightarrow 17^\circ + 0{,}669^\circ = 17{,}669^\circ$$

Por lo tanto:

$$17^\circ\ 40'\ 7'' = \mathbf{17{,}669^\circ}$$

b. Pase a forma compleja los siguientes ángulos expresados en forma decimal:

25,16º

Se multiplica la parte decimal por 60 para pasarla a minutos:

$$0{,}16 \cdot 60 = 9{,}6'$$

Se multiplica la parte decimal de los minutos por 60 para pasarla a segundos:

$$0{,}6 \cdot 60 = 36''$$

Luego:

$$25{,}16^\circ = \mathbf{25^\circ\ 9'\ 36''}$$

48,57º

Se pasa la parte decimal a minutos:

$$0{,}57 \cdot 60 = 34{,}2'$$

Se pasa la parte decimal de los minutos a segundos:

$$0{,}2 \cdot 60 = 12''$$

Luego:

$$48{,}57^\circ = \mathbf{48^\circ\ 34'\ 12''}$$

34,85º

Se pasa la parte decimal a minutos:

$$0{,}85 \cdot 60 = 51'$$

Los minutos no tienen parte decimal, por lo que no hay segundos.

Luego:

$$34{,}85º = 34º\ 51'$$

Realice las siguientes operaciones con ángulos:

$$15º\ 25'\ 48'' + 18º\ 42'\ 30''$$

2. **Realice las siguientes operaciones con ángulos:**

15º 25' 48" + 18º 42' 30"

$$\begin{array}{rrrr} & 15° & 25' & 48'' \\ + & 18° & 42' & 30'' \\ \hline & 33° & 67' & 78'' \end{array}$$

Como 67" = 1º 7' y 78" = 1' 18", se obtiene que:

$$33º\ 67'\ 78'' = 33º\ 0'\ 0'' + 1º\ 7' + 1'\ 18'' = 34º\ 8'\ 18''$$

45º 42' 50" + 25º 13' 45" + 16º 4' 50"

$$\begin{array}{rrrr} & 45° & 42' & 50'' \\ & 25° & 13' & 45'' \\ + & 16° & 4' & 50'' \\ \hline & 86° & 59' & 145'' \end{array}$$

Como 145" = 2' 25", se obtiene que:

$$86^\circ\ 59'\ 145'' = 86^\circ\ 59'\ 0'' + 2'\ 25'' = 86^\circ\ 61'\ 25''$$

Y, como 61' = 1º 1', se obtiene que:

$$86^\circ\ 61'\ 25'' = \mathbf{87^\circ\ 1'\ 25''}$$

35º 15' 30" – 23º 40' 50"

Como 40 > 15 y 50 > 30, se pasa 1º a minutos y 1' a segundos:

$$35^\circ\ 15'\ 30'' = 34^\circ\ 75'\ 30'' = 34^\circ\ 74'\ 90''$$

Ya puede restarse:

$$34^\circ\ 74'\ 90'' - 23^\circ\ 40'\ 50'' = \mathbf{11^\circ\ 34'\ 40''}$$

5 × (15º 25' 20")

$$5 \times (15^\circ\ 25'\ 20'') = 75^\circ\ 125'\ 100''$$

Como 100" = 1' 40" y 125' = 2º 5', entonces:

$$75^\circ + 2^\circ\ ;\ 5' + 1'\ ;\ 40'' = \mathbf{77^\circ\ 6'\ 40''}$$

(45º 38' 26") : 4

$$\begin{array}{lll|l}
45^\circ & 38' & 26'' & 4 \\ \cline{4-4}
01 & & & 11^\circ\ 24'\ 36'' \\
1^\circ = & 60' & & \\ \cline{2-2}
 & 98' & & \\
 & 18' & & \\
 & 02' & & \\
 & 2' = & 120'' & \\ \cline{3-3}
 & & 146'' & \\
 & & 26'' & \\
 & & 2'' &
\end{array}$$

Despreciando los 2" de resto:

$$45^\circ\ 38'\ 26'' : 4 = \mathbf{11^\circ\ 24'\ 36''}$$

3. Calcule los ángulos suplementario y complementario de 30º 40' 25".

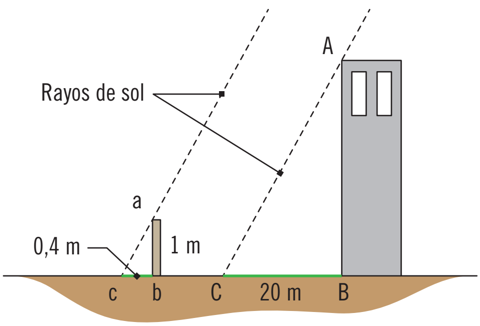
El ángulo suplementario de un ángulo dado es el resultado de restar dicho ángulo a 180º, luego, llamando â al ángulo pedido, se obtiene que:

$$\hat{a} = 180^\circ - 30^\circ\ 40'\ 25'' = 179^\circ\ 59'\ 60'' - 30^\circ\ 40'\ 25'' = \mathbf{149^\circ\ 19'\ 35''}$$

El ángulo complementario de un ángulo dado es el resultado de restar dicho ángulo a 90º, luego, llamando ê al ángulo pedido, se obtiene que:

$$\hat{e} = 90^\circ - 30^\circ\ 40'\ 25'' = 89^\circ\ 59'\ 60'' - 30^\circ\ 40'\ 25'' = \mathbf{59^\circ\ 19'\ 35''}$$

4. Quiere medirse la altura de una torre. Se observa que, a determinada hora del día, su sombra tiene una longitud de 20 m y que la sombra de un palo de 1 m de alto clavado en el suelo verticalmente es de 40 cm. Determine la altura de la torre.

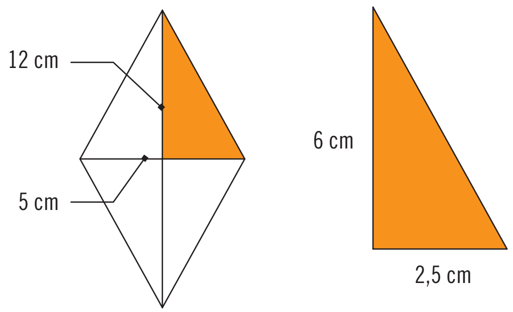


Como se aprecia en el dibujo, los triángulos rectángulos abc, formado por el palo y su sombra, y ABC, formado por la torre y su sombra, son semejantes, ya que tienen sus ángulos iguales. Esto se debe a que los rayos de sol son paralelos y forman el mismo ángulo respecto al suelo.

Al tratarse de triángulos semejantes, sus lados homólogos son proporcionales, por lo que puede establecerse la siguiente proporción:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{CB}}{cb} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{\overline{CB}}{cb} \cdot \overline{ab} = \frac{20}{0,4} \cdot 1 = \mathbf{50\ m}$$

5. Halle el lado y el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 5 y 12 cm.



Al trazar las diagonales del rombo, se observa que este queda dividido en cuatro triángulos rectángulos, cuyos catetos medirán la mitad que las diagonales.

Para calcular un lado del rombo, L, se aplica el teorema de Pitágoras:

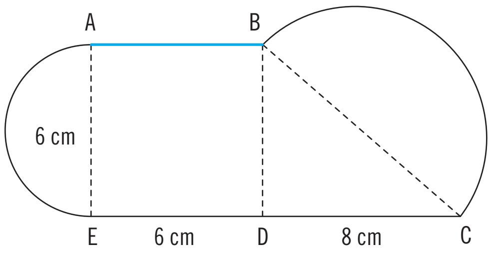
$$L^2 = 6^2 + 2,5^2 = 42,25$$

$$L = \sqrt{42,25} = \mathbf{6,5\ cm}$$

El perímetro será el lado multiplicado por cuatro:

$$P = 4 \times L = 4 \times 6,5 = \mathbf{26\ cm}$$

6. Averigüe el perímetro y el área de la siguiente figura (π = 3,14):



La figura está formada por dos semicírculos, un cuadrado y un triángulo rectángulo. Se numeran los vértices de la figura para ir calculando tramo a tramo.

El tramo AB es el lado de un cuadrado y mide 6 cm.

El tramo BC es una semicircunferencia. Para calcular su longitud, debe conocerse su diámetro, que es el segmento BC. Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo BCD:

$$\overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Se sabe que el perímetro de un círculo completo es $\pi \times D$, por lo que el arco de circunferencia correspondiente a un semicírculo será:

$$\frac{\pi \cdot D}{2}$$

En este caso:

$$\text{Arco BC} = \frac{\pi \cdot 10}{2} = 15{,}71 \text{ cm}$$

El tramo CD es de 8 cm y el tramo DE es de 6 cm.

El tramo EA vuelve a ser la mitad de una circunferencia cuyo diámetro es 6 cm, que medirá:

$$\frac{\pi \cdot D}{2} = \frac{\pi \cdot 6}{2} = 9{,}42 \text{ cm}$$

El perímetro de la figura será:

$$P = 6 + 15{,}71 + 8 + 6 + 9{,}42 \mathbf{= 45{,}13 \text{ cm}}$$

Para calcular el área de este tipo de figuras irregulares, se divide en otras figuras cuyas áreas puedan calcularse por polígono simples. Esta figura está formada por dos semicírculos, un cuadrado y un triángulo rectángulo. También se ha calculado, ya que el segmento BC mide 10 cm.

Calculando por partes:

- Semicírculo AE: su radio es de 3 cm. Como el área de un círculo es $\pi \cdot r^2$, el área de un semicírculo será:

  $$\frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

  En este caso:

  $$\text{Área de AE} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 14{,}14 \text{ cm}^2$$

- Cuadrado ABDE: su lado es de 6 cm. Su área será:

  $$L^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

- Triángulo rectángulo BCD: su base es de 8 cm y su altura, de 6 cm. El área del triángulo es:

  $$\frac{b \cdot h}{2}$$

En este caso:

$$\text{Área de BCD} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

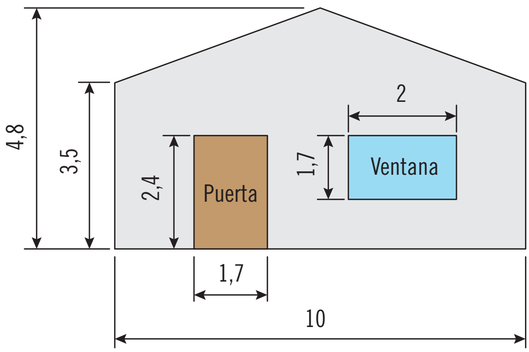
- Semicírculo BC: su radio es de 5 cm. Por lo que:

$$\text{Área de BC} = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} = 39{,}27 \text{ cm}^2$$

- El área total será:

$$A = 14{,}14 + 36 + 24 + 39{,}27 = \mathbf{113{,}41\ cm^2}$$

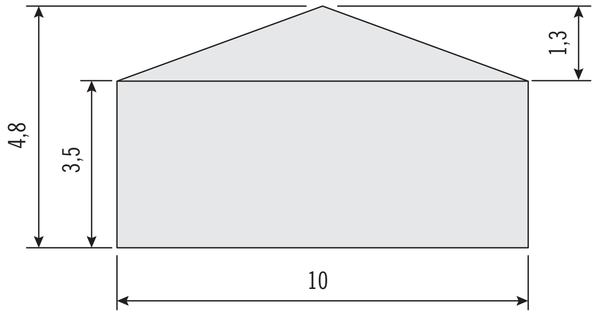
7. Quiere pintarse la fachada de la casa de la figura. Los huecos de la ventana y la puerta no hay que pintarlos.



Teniendo en cuenta que las medidas están en metros, indique lo que se pide a continuación:

a. La superficie que hay que pintar.
En los casos en los que hay figuras con huecos, lo que se hace es calcular la superficie total y, después, se le resta la superficie de las figuras que forman los huecos. En este caso, se calcula la superficie total de la fachada y, después, se le resta la superficie de los dos rectángulos que forman la puerta y la ventana.

La fachada puede dividirse en un rectángulo (parte inferior) y un triángulo (parte superior).



La altura del triángulo será:

$$4{,}8 - 3{,}5 = 1{,}3 \text{ m}$$

El área del rectángulo será:

$$b \times h = 10 \cdot 3{,}5 = 35 \text{ m}^2$$

El área del triángulo será:

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 1{,}3}{2} = 6{,}5 \text{ m}^2$$

El área total de la fachada será:

$$35 + 6{,}5 = 41{,}5 \text{ m}^2$$

Ahora hay que restar los huecos:

Hueco de la puerta: $1{,}7 \cdot 2{,}4 = 4{,}08$ m².

Hueco de la puerta: $2 \cdot 1{,}7 = 3{,}4$ m².

La superficie que hay que pintar será:

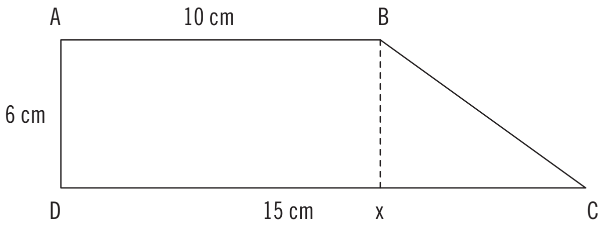
$$41{,}5 - 4{,}08 - 3{,}4 = \mathbf{34{,}02\ m^2}$$

b. Si la pintura tiene un rendimiento de 6 m² por cada kilogramo de pintura, ¿cuánta pintura se necesita?

Si, con un kilogramo de pintura, pueden pintarse 6 m², para pintar 34,02 m², se necesitan:

$$\frac{34{,}02}{6} = \mathbf{5{,}67\ kg\ de\ pintura}$$

8. Las bases de un trapecio rectángulo miden 15 y 10 cm respectivamente y su altura es de 6 cm.



Obtenga:

a. El perímetro del trapecio.
Se conocen tres lados del trapecio y se necesita conocer el lado BC. Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo BCx, sabiendo que los catetos miden Bx = 6 cm y Cx = 15 − 10 = 5 cm:

$$\overline{BC}^2 = \overline{Bx}^2 + \overline{Cx}^2 = 6^2 + 5^2 = 61 \Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{61} = 7{,}81\ \text{cm}$$

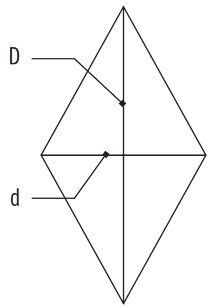
El perímetro es:

15 + 10 + 7,8115 + 6 **= 38,81 cm**

b. El área del trapecio. Aplicando la fórmula del área del trapecio:

$$A = \frac{(B + b) \cdot a}{2} = \frac{(15 + 10) \cdot 6}{2} \mathbf{= 75\ cm^2}$$

9. **Descubra el área de un rombo si una de sus diagonales mide 40 cm y su perímetro es de 100 cm.**

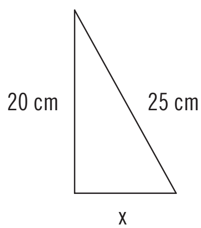


Para calcular el área del rombo, es necesario conocer la medida de sus dos diagonales.

El enunciado del problema solo da una de ellas, el perímetro, y, como el rombo tiene sus cuatro lados iguales, cada lado será el perímetro dividido por 4, es decir:

$$\frac{100}{4} = 25 \text{ cm}$$

Al trazar las diagonales del rombo, se observa que se forman cuatro triángulos rectángulos. Los catetos de estos triángulos miden la mitad que las diagonales y la hipotenusa es igual al lado del rombo. Por tanto, uno de los catetos mide 20 cm y la hipotenusa 25 cm. Hay que hallar el otro cateto, al que se llamará x.



$$25^2 = 20^2 + x^2$$

$$x^2 = 625 - 400 = 225$$

$$x = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

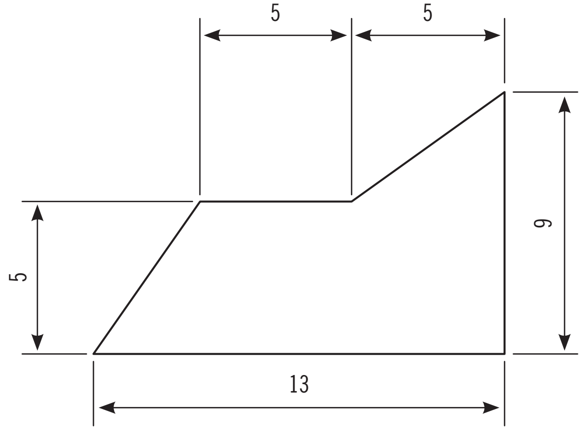
Esto quiere decir que la otra diagonal del rombo es:

$$15 \cdot 2 = 30 \text{ cm}$$

Aplicando ahora la fórmula del área del rombo:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{40 \cdot 30}{2} = \mathbf{600\ cm^2}$$

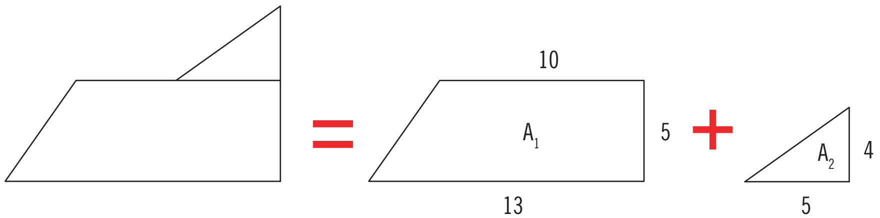
10. Teniendo en cuenta que las medidas dadas están en centímetros, establezca el área de la figura adjunta.



Esta figura irregular puede dividirse en otras figuras cuyas áreas sepan calcularse. Esta división puede realizarse de diversas formas. Como es lógico, de cualquier forma que se haga la partición, el resultado será el mismo.

A continuación, va a calcularse el área de la figura de tres formas distintas:

a)

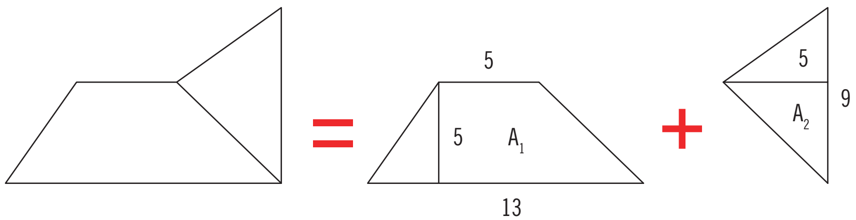


$$\text{Trapecio } A_1 = \frac{(B + b) \cdot a}{2} = \frac{(13 + 10) \cdot 5}{2} = 57{,}5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Triángulo } A_2 = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_1 + A_2 = 57{,}5 + 10 = \mathbf{67{,}5\ cm^2}$$

b)

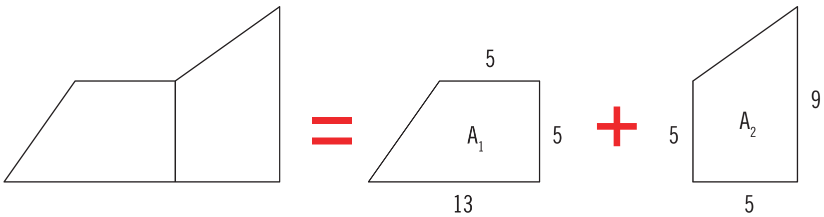


$$\text{Trapecio } A_1 = \frac{(B + b) \cdot a}{2} = \frac{(13 + 5) \cdot 5}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

$$\text{Triángulo } A_2 = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{9 \cdot 5}{2} = 22{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_1 + A_2 = 45 + 22{,}5 = \mathbf{67{,}5\ cm^2}$$

c)



$$\text{Trapecio } A_1 = \frac{(B + b) \cdot a}{2} = \frac{(8 + 5) \cdot 5}{2} = 32{,}5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Trapecio } A_2 = \frac{(B + b) \cdot a}{2} = \frac{(9 + 5) \cdot 5}{2} = 35 \text{ cm}^2$$

Área total $A_T = A_1 + A_2 = 32{,}5 + 35$ **$= 67{,}5$ cm²**

Solucionario Capítulo 4

1. Halle el resultado de las siguientes ecuaciones:

a. $\mathbf{5(3x + 2) = 8(9 - 2x)}$

$$5(3x + 2) = 8(9 - 2x)$$
$$15x + 10 = 72 - 16x$$
$$5x + 16x = 72 - 10$$
$$31x = 62$$
$$\mathbf{x = 2}$$

b. $\mathbf{\dfrac{3x}{5} - \dfrac{7x}{10} + \dfrac{3x}{4} - \dfrac{7x}{8} + 18 = 0}$

En primer lugar, se halla el m. c. m. de los denominadores, que es:

m. c. m. (5, 10, 4, 8) = 40

Se reducen todas las fracciones a común denominador:

$$\frac{3x \cdot 8}{40} - \frac{7x \cdot 4}{40} + \frac{3x \cdot 10}{40} - \frac{7x \cdot 5}{40} + \frac{18 \cdot 40}{40} = 0$$

Una vez hecho esto, se prescinde del denominador porque la fracción resultante está igualada a cero. Por tanto, el numerador será:

$$3x \cdot 8 - 7x \cdot 4 + 3x \cdot 10 - 7x \cdot 5 + 18 \cdot 40 = 0$$
$$24x - 28x + 30x - 35x - 720 = 0$$
$$-9x + 720 = 0$$
$$\mathbf{x = 80}$$

c. $$\mathbf{\frac{15}{x-2} - \frac{12x+6}{2x^2-8} = \frac{18}{x+2}}$$

Se factorizan los denominadores:

$$(x-2) = (x-2)$$
$$(x+2) = (x+2)$$
$$2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x-2)\,(x+2)$$

El m. c. m. $= 2\,(x+2)\,(x-2) = 2x^2 - 8$

$$\frac{15\,[\,2(x+2)\,]}{2x^2-8} - \frac{12x+6}{2x^2-8} = \frac{18\,[\,2(x-2)\,]}{2x^2-8}$$

$$30(x+2) - 12x - 6 = 36(x-2)$$
$$30x + 60 - 12x - 6 = 36x - 72$$
$$30x + 60 - 12x - 6 - 36x + 72 = 0$$
$$-18x + 126 = 0$$

$$x = \frac{-126}{-18} \mathbf{= 7}$$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a. $$\mathbf{\frac{2x-5}{5} - 2x = \frac{3x+1}{4} - 3x + \frac{7}{10}}$$

El m. c. m. de los denominadores es:

$$\text{m. c. m. } (5, 4, 10) = 20$$

Se reducen todos los términos a común denominador:

$$\frac{4\,(2x-5)}{20} - \frac{20 \cdot 2x}{20} = \frac{5\,(3x+1)}{20} - \frac{20 \cdot 3x}{20} + \frac{2 \cdot 7}{20}$$

Una vez hecho esto, se prescinde de los denominadores en ambos lados de la igualdad:

$$4(2x-5)-20\cdot 2x=5(3x+1)-20\cdot 3x+2\cdot 7$$
$$8x-20-40x=15x+5-60x+14$$
$$60x+8x-40x-15x=14+5+20$$
$$13x=39$$
$$\mathbf{x=3}$$

b. $$\mathbf{2(x-1)-\frac{3(x+1)}{6}=6(x+2)+9x-\frac{7}{2}}$$

El m. c. m. (6, 2) = 6

Reduciendo todos los términos a común denominador:

$$\frac{6\,[\,2(x-1)\,]}{6}-\frac{3\,(x+1)}{6}=\frac{6\,[\,6(x+2)\,]}{6}+\frac{6\cdot 9x}{6}-\frac{3\cdot 7}{6}$$

$$12(x-1)-3(x+1)=36(x+2)+54x-21$$
$$12x-12-3x-3=36x+72+54x-21$$
$$12x-3x-36x-54x=72-21+12+3$$
$$-81x=66$$

$$x=\frac{-66}{81}=\mathbf{\frac{-22}{27}}$$

c. $$\mathbf{\frac{1+\dfrac{x+1}{(x-1)}}{1-\dfrac{(x+1)}{(x-1)}}=x+1}$$

Primero se efectúan la suma y la diferencia del numerador y del denominador respectivamente:

$$\frac{\dfrac{(x-1)+(x+1)}{(x-1)}}{\dfrac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)}}=x+1$$

$$\frac{\dfrac{x-1+x+1}{(x-1)}}{\dfrac{x-1-x-1}{(x-1)}} = x+1$$

Se realiza la división de fracciones algebraicas multiplicando en cruz y simplificando el factor (x – 1):

$$\frac{\dfrac{2x}{x-1}}{\dfrac{-2}{(x-1)}} = x+1$$

$$\frac{2x}{x-1} : \frac{-2}{x-1} = x+1$$

$$\frac{2x\,\cancel{(x-1)}}{-2\,\cancel{(x-1)}} = x+1$$

$$\frac{2x}{-2} = x+1$$

$$2x = (x+1)(-2)$$
$$2x = -2x - 2$$
$$2x + 2x = -2$$
$$4x = -2$$

$$x = \frac{-2}{4} = \mathbf{\frac{-1}{2}}$$

3. Añadiendo 7 unidades al doble de un número más los 3/2 de este, da por resultado el séxtuplo de dicho número menos 23. Determine cuál es el número.

Si la incógnita es x, se deduce que:

- Doble del número: 2x.
- Añadir 7 unidades: 2x – 7.
- Más 3/2 del número:

$$2x + 7 + \left(\frac{3}{2}\right)x$$

- Igual al séxtuplo del número menos 23:

$$6x - 23$$

La ecuación resultante es:

$$2x + 7 + \left(\frac{3}{2}\right)x = 6x - 23$$

Se reduce a común denominador:

$$\frac{4x}{2} + \frac{14}{2} + \frac{3x}{2} = \frac{12x}{2} - \frac{46}{2}$$

$$4x + 14 + 3x = 12x - 46$$
$$7x + 14 = 12x - 46$$
$$7x - 12x = -46 - 14$$
$$-5x = -60$$
$$\mathbf{x = 12}$$

4. **Reparta 360 € entre cuatro personas de modo que la 2.ª reciba el triple que la 1.ª; la 3.ª, el doble que la 2.ª, y la 4.ª, la mitad de lo que hayan recibido las otras tres juntas.**

   El reparto puede estudiarse por medio de la siguiente tabla:

1º	2º	3º	4º
x	3x	2 (3x) = 6x	$\frac{x + 3x + 2\,(3x)}{2} = 5\,x$

   La suma de estas cuatro cantidades es 360:

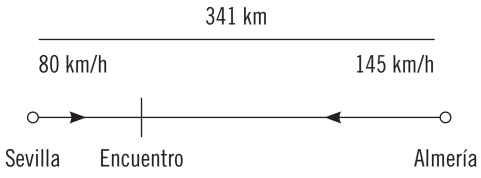
$$x + 3x + 6x + 5x = 360$$
$$15x = 360$$
$$x = \frac{360}{15}$$

   Luego el reparto es:

   1. **24 €.**
   2. **72 €.**
   3. **144 €.**
   4. **120 €.**

5. **Dos trenes salen al mismo tiempo, uno de Sevilla hacia Almería y el otro en sentido inverso. Sabiendo que la distancia entre ambas ciudades es de 341 km y que el primer tren marcha a 80 km/h y el segundo a 145 km/h, establezca a qué distancia de Almería se encontrarán.**

   El recorrido de los trenes se representa así:



Cuando los trenes se encuentran, llevan viajando el mismo tiempo t, puesto que han salido a la vez. Además, si el tren que sale de Sevilla ha recorrido en este tiempo una distancia de x km, el que sale de Almería habrá recorrido (341 – x) km. Como la velocidad es la relación entre el espacio recorrido y el tiempo empleado:

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Espacio}}{\text{Tiempo}}$$

Se obtendrá para cada tren:

$$\text{Tren de Sevilla} \Rightarrow 80 = \frac{x}{t}$$

$$\text{Tren de Almería} \Rightarrow 145 = \frac{341 - x}{t}$$

Despejando t e igualando las dos ecuaciones:

$$\frac{x}{80} = \frac{341 - x}{145}$$

$$145x = 80(341 - x)$$
$$145x = 27.280 - 80x$$
$$145x + 80x = 27.280$$
$$225x = 27.280$$
$$X = \frac{27.280}{225}$$
$$x = 121{,}25 \text{ km}$$

Una vez averiguados los kilómetros que recorre el tren que va de Sevilla a Almería, se despejan en la ecuación 341 – x los km que se desplaza en sentido inverso:

$$341 - x = 341 - 121{,}25 = \mathbf{219{,}75\ km}$$

Ambos trenes se encontrarán a 219,75 km de Almería.

6. **De los tres caños que afluyen a un estanque, uno puede llenarlo en 36 h; otro, en 30 h, y el tercero, en 20 h. Averigüe cuánto tardarán en llenarlo los tres juntos.**

   En este problema, la incógnita es el tiempo necesario para llenar el estanque, aunque, como el volumen de este no se conoce, puede parecer que se trata de un problema con dos incógnitas. Al razonar el problema, se verá que el volumen no es esencial para la resolución.

   Considerando, para empezar, el volumen de agua que cada caño vierte en una hora, si se toma V como el volumen del estanque, como el primer caño tarda 36 h en llenarlo, en una hora, llenará un volumen V/36; de la misma forma, el segundo caño llenará un volumen V/30 y el tercero, un volumen V/20.

   Los tres caños expulsando agua a la vez llenan un volumen:

$$\frac{V}{36} + \frac{V}{30} + \frac{V}{20} = \frac{5V + 6V + 9V}{180} = \frac{20V}{180} = \frac{V}{9}$$

   Si el volumen llenado por hora se multiplica por el número de horas t que tarda el estanque en llenarse, se obtiene un volumen V:

$$\frac{V}{9} \cdot t = V$$

   La V del primer miembro se pasa al segundo dividiendo para poder simplificarse:

$$\frac{1}{9} \cdot t = \frac{\cancel{V}}{\cancel{V}}$$

$$\frac{1}{9} \cdot t = 1$$

$$t = 9 \cdot 1$$

$$\mathbf{t = 9h}$$

7. **Trece lapiceros y siete bolígrafos se han vendido por 3,24 €. Calcule el precio de cada uno de los elementos sabiendo que el valor de un bolígrafo es el doble que el de un lapicero.**

Los datos son los siguientes:

- Precio del lapicero = x.
- Precio del bolígrafo = 2x.

Trabajando, para mayor comodidad, con céntimos de euro, se obtiene que:

$$13 \cdot x + 7 \cdot 2x = 324$$
$$13x + 14x = 324$$
$$27x = 324$$
$$x = 12$$

Sustituyendo, se obtiene que el lapicero cuesta **12 €,** mientras que el bolígrafo cuesta **24 €.**

8. **Juan tiene 18 años más que José y hace tres años tenía el doble. Deduzca las edades de cada uno.**

Datos:

- Edad de José = x.
- Edad de Juan = 18 + x.

Hace tres años, José tenía x – 3 años. Entonces, Juan tenía el doble de años que José, por tanto:

$$18 + x - 3 = 2(x - 3)$$
$$15 + x = 2x - 6$$
$$15 + 6 = 2x - x$$
$$x = 21$$

José tiene **21** años y Juan, **39** años.

9. **Para elaborar una mezcla típica, se dispone de dos clases de vino de 12 y 14 €/l. Indique qué cantidad hay que mezclar de cada clase para obtener 25 l de mezcla al precio de 12,80 €/l.**

Datos:

- Se llama x al número de litros de la primera clase.
- Como el total de litros de mezcla es 25, la cantidad que habrá de la otra clase será (25 – x).

El coste resulta de multiplicar el precio por la cantidad. Entonces:

- Coste del vino de la primera clase = 12x.
- Coste del vino de la segunda clase = 14 · (25 – x).
- Coste del vino mezcla = 12,80 · 25 = 320.

El coste de la mezcla debe ser igual a la suma de los costes de los vinos mezclados:

$$12x + 14 \cdot (25 - x) = 320$$
$$12x + 350 - 14x = 320$$
$$350 - 320 = 14x - 12x$$
$$30 = 2x$$
$$x = 15$$

En consecuencia, hay que mezclar:

- x **= 15 litros** de la primera clase.
- 25 – x = **10 litros** de la segunda clase.

10. **Los largueros para la puerta de un jardín miden 74 cm de longitud. Si la parte aérea excede en 14 cm al doble de la parte clavada en el suelo, especifique cuánto mide cada parte.**

Datos:

- Se llama x a la parte enterrada.
- La parte aérea será: 2x +14.
- La suma de ambas será el total del larguero: x + 2x + 14 = 74.

Resolviendo la ecuación:

$$x + 2x + 14 = 74$$
$$3x + 14 = 74$$
$$3x = 74 - 14$$
$$3x = 60$$
$$x = 20$$

Por lo tanto:

- La parte enterrada son **20 cm.**
- La parte aérea son $2x + 14 = 2 \cdot 20 + 14$ **= 54 cm.**

Solucionario Capítulo 5

1. Se ha hecho un estudio estadístico acerca del número de libros que leen al cabo del año los empleados de una empresa. Los resultados se expresan en la tabla adjunta.

N.º de libros que lee al año	N.º de empleados
0 a 3	15
4 a 6	12
7 a 9	11
10 a 12	10
13 a 15	7
15 a 18	5
Total	60

a. Calcule las frecuencias relativas.

Cada empleado es un elemento de la población en estudio, por lo tanto, se tienen 60 elementos (tamaño de la muestra).

Las frecuencias relativas se calculan multiplicando por 100 las frecuencias absolutas y dividiendo por el número total de elementos. Se realiza el cálculo de la frecuencia relativa del intervalo [0 a 3], que es:

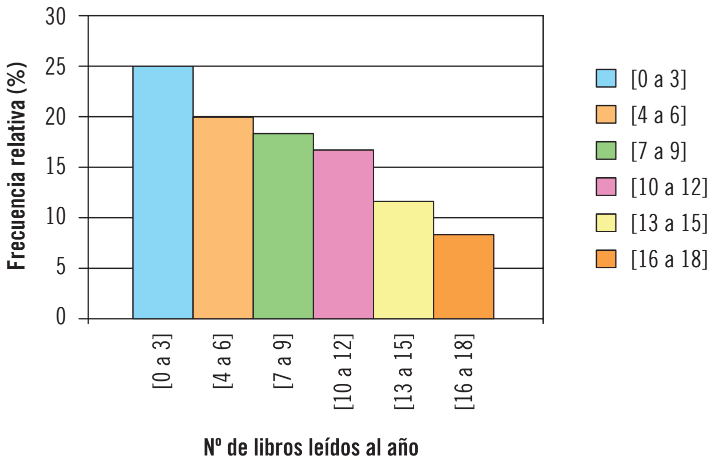
$$\frac{15 \cdot 100}{60} = 25\ \%$$

El resto de resultados se representa en la tabla siguiente.

Intervalos de valores	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas (%)
0 a 3	15	25
4 a 6	12	20
7 a 9	11	18,3
10 a 12	10	16,7
13 a 15	7	11,7
15 a 18	5	8,3
Total	60	100

b. Elabore un diagrama de barras de las frecuencias relativas.

Se trata de un histograma, ya que las barras o rectángulos no representan valores concretos, sino intervalos de valores.



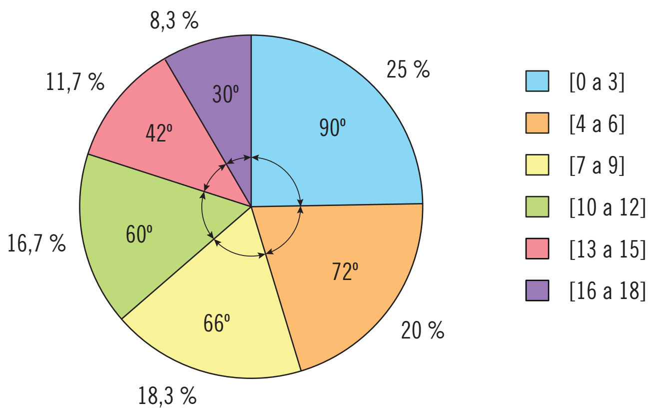
c. Realice un diagrama de sectores de las frecuencias relativas.

Hay que calcular los grados que corresponden a cada sector, para lo cual se emplea la fórmula:

$$\alpha = f \cdot \frac{360}{N}$$

Para las frecuencias relativas, se incluiría una nueva columna en la tabla.

Intervalos de valores	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas (%)	Grados (º)
0 a 3	15	25	90
4 a 6	12	20	72
7 a 9	11	18,3	66
10 a 12	10	16,7	60
13 a 15	7	11,7	42
15 a 18	5	8,3	30
Total	60	100	360



2. **Las cantidades totales de las ventas efectuadas en un comercio durante algunos días son las siguientes: 150, 125, 130, 165, 145, 138 y 137 €. Estime la media aritmética y la mediana.**

Como se tienen siete datos, al aplicar la fórmula para calcular la media aritmética al número de datos, resulta:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{7} x_i}{7} = \frac{150 + 125 + 130 + 165 + 145 + 138 + 137}{7} = \frac{900}{7} = \mathbf{141{,}43\ €}$$

Par calcular la mediana, se ordenan los datos de menor a mayor y se elige el que ocupa la posición central. Como el número de datos es impar, la mediana será el cuarto dato, que deja tres datos a cada lado:

125, 130, 137, 138, 145, 150 y 165

La mediana es **138 €.**

3. **Un comerciante mezcla varios tipos de arroz en las siguientes cantidades y precios: 80 kg de 0,90 €/kg; 25 kg de 1,15 €/kg; 50 kg de 1,05 €/kg, y 20 kg de 1 €/kg. Averigüe el precio al que saldría el kilogramo de la mezcla.**

La variable que está estudiándose es el precio del kilogramo de arroz.

Se resuelve el problema como si cada kilogramo de arroz fuera un elemento de la población que está estudiándose.

Los precios de los distintos tipos de arroz son los valores que toma la variable. Cada valor se repite tantas veces como kilos de dicho tipo de arroz se aporten a la mezcla. Por tanto, los números de kilos de cada tipo de arroz serán las frecuencias (de 0,90 €/kg, hay 80 elementos).

El precio del kilogramo de mezcla será la media aritmética de la variable.

Poniendo los datos en forma de tabla:

Valores €/kg	Frecuencia absoluta (kg)
0,90	80
1,15	25
1,05	50
1	20
Total	175

Par calcular la media aritmética, se aplica la fórmula general:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{4} f_i} = \frac{0{,}90 \cdot 80 + 1{,}15 \cdot 25 + 1{,}05 \cdot 50 + 1 \cdot 20}{80 + 25 + 50 + 20} = \frac{173{,}25}{175} = \mathbf{0{,}99}$$

Por tanto, cada kilogramo de arroz de mezcla costará 0,99 €.

4. Una urna contiene 9 bolas rojas y 5 negras, se extraen sucesivamente dos bolas. Halle la probabilidad de los sucesos:

a. Que las dos bolas sean negras.

Sean los sucesos: A1, sacar una bola negra en la primera extracción, y A2, sacar una bola negra en la segunda extracción.

En la primera extracción, los casos posibles serían el número total de bolas, es decir, 9 + 5 = 14 bolas. Y los casos favorables serían 5.

En la segunda extracción, serían 13, puesto que la primera bola extraída no vuelve a colocarse en la urna, y, si, en la primera extracción, la bola ha sido negra, quedarán 4 bolas negras en la urna.

Luego la probabilidad pedida será:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \left(\frac{5}{14}\right) \cdot \left(\frac{4}{13}\right) = \mathbf{\frac{10}{91}}$$

b. Que las dos bolas sean rojas.

Sean los sucesos: B1, sacar una bola roja en la primera extracción y B2, sacar una bola roja en la segunda extracción.

En la primera extracción, los casos posibles serían nuevamente el número total de bolas, 9 + 5 = 14 bolas, pero los casos favorables serían 9.

En la segunda extracción, serían 13, puesto que la primera bola extraída no vuelve a colocarse en la urna, y, si, en la primera extracción, la bola ha sido roja, quedarán 8 bolas rojas en la urna.

La probabilidad pedida será:

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{B_2}{B_1}\right) = \left(\frac{9}{14}\right) \cdot \left(\frac{8}{13}\right) = \mathbf{\frac{36}{91}}$$

c. Que la primera sea roja y la segunda negra.

Sean los sucesos: B1, sacar una bola roja en la primera extracción y A2, sacar una bola negra en la segunda extracción.

En la primera extracción, los casos posibles serían el número total de bolas, 9 + 5 = 14 bolas. Los casos favorables serían 9.

En la segunda extracción, serían 13, puesto que la primera bola extraída no vuelve a colocarse en la urna, y, si, en la primera extracción, la bola ha sido roja, siguen quedando 5 bolas negras en la urna.

La probabilidad pedida será:

$$P(B_1 \cap A_2) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{B_1}\right) = \left(\frac{9}{14}\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\right) = \mathbf{\frac{45}{182}}$$

d. Que una sea roja y la otra negra.

Como sacar una bola roja y otra negra puede obtenerse de dos formas —que, primero, se extraiga la bola roja y, después, la negra o que, primero, se extraiga la bola negra y, después, la roja—, se considera el suceso unión. Así, la probabilidad pedida será:

$$P[(B_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap B_2)] = P(B_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap B_2) = 2 \cdot P\,(B_1 \cap A_2) = \frac{90}{182} = \frac{45}{91}$$

Ya que:

$$P(B_1 \cap A_2) = P(B_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{B_1}\right) = \left(\frac{9}{14}\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\right)$$

$$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{B_2}{A_1}\right) = \left(\frac{5}{14}\right) \cdot \left(\frac{9}{13}\right)$$

5. Indique la probabilidad de obtener un 6 doble al lanzar dos dados, uno rojo y otro azul, una sola vez.

Se trata de obtener un 6 en el dado rojo y un 6 en el dado azul. Representando por A el suceso consistente en sacar un 6 en el dado rojo y por B el suceso consistente en sacar un 6 en el dado azul.

Los sucesos A y B son independientes, ya que la puntuación que aparece en un dado no condiciona la que aparece en el otro.

Tanto para el suceso A como para el suceso B:

- Casos favorables: 6, luego n = 1.
- Casos posibles: 1, 2, 3, 4, 5 y 6, luego N = 6.

Como deben verificarse los dos sucesos simultáneamente, la probabilidad buscada es la intersección de los sucesos, $A \cap B$, por tanto:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{36}\right)$$

6. **De los 39 alumnos de una clase, 16 escogieron como idioma el francés; 27, el inglés; 9 alumnos eligieron ambos idiomas, y el resto no escogió ninguno de ellos. Si se elige al azar un alumno de dicha clase, determine las siguientes probabilidades:**

   Los diferentes sucesos pueden representarse como:

   - E = {todos los alumnos de la clase}
   - F = {alumnos que estudian solo francés}
   - I = {alumnos que estudian solo inglés}
   - I ∩ F = {alumnos que estudian inglés y francés}
   - Ø = {alumnos que no han escogido ni inglés ni francés}

   Según el enunciado:

   - E = 39.
   - I ∩ F =9.

   Entonces:

   - F = 16 – 9 = 7.
   - I = 27 – 9 = 18.
   - Ø = 39 – (9 + 7 + 18) = 39 – 34 = 5.

   A continuación, se calculan las probabilidades:

   a. **Escoger francés.**

      P(escoger francés) = P(F) + P(I ∩ F), luego:

$$P\text{ (escoger francés)} = \frac{7}{39} + \frac{9}{39} = \mathbf{\frac{16}{39}}$$

   b. **Escoger inglés.**

      P(escoger inglés) = P(I ∩ F) + P(I), luego:

$$P\text{ (escoger inglés)} = \frac{9}{39} + \frac{18}{39} = \mathbf{\frac{27}{39}}$$

c. Escoger ambos idiomas.

$P(I \cap F)$, luego:

$$P\,(\text{escoger francés e inglés}) = \mathbf{\frac{9}{39}}$$

d. Escoger francés o inglés.

P(escoger francés e inglés) = $P(F) + P(I \cap F) + P(I)$

$$P\,(\text{escoger francés e inglés}) = \frac{7}{39} + \frac{9}{39} + \frac{18}{39} = \mathbf{\frac{34}{39}}$$

e. Escoger francés, pero no inglés.

P(F), luego:

$$P\,(\text{escoger francés y no inglés}) = \mathbf{\frac{7}{39}}$$

f. Escoger inglés, pero no francés.

P(I), luego:

$$P\,(\text{escoger inglés y no francés}) = \mathbf{\frac{18}{39}}$$

g. No escoger ni francés ni inglés.

P(Ø), luego:

$$P\,(\text{escoger ni francés ni inglés}) = \mathbf{\frac{5}{39}}$$

7. **En unas oposiciones con un temario de cien temas, se eligen al azar dos de ellos. Si un opositor ha preparado veinte temas, obtenga la probabilidad de que pueda contestar a los dos.**

Si se llama A al suceso de sacar uno de los veinte temas en la primera extracción y B al suceso de sacar uno de los veinte temas en la segunda extracción, lo que hay que hallar es la probabilidad del suceso A ∩ B.

El suceso B se ve condicionado por la realización del suceso A. Entonces, los sucesos A y B son compatibles y dependientes:

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right) = \left(\frac{20}{100}\right) \cdot \left(\frac{19}{99}\right) = \frac{38}{9.900} = \mathbf{\frac{19}{495}}$$

8. **La probabilidad de que un alumno apruebe Informática es de $\frac{8}{10}$.**

La probabilidad de que apruebe Estadística es de $\frac{9}{10}$. Descubra la probabilidad de que apruebe ambas asignaturas .

Los sucesos aprobar Informática (I) y aprobar Estadística (E) son compatibles e independientes. La probabilidad de que ambos se verifiquen simultáneamente es:

$p(I \cap E) = p(I) \cdot p(E)$

Por tanto:

$$P = P(I) \cdot P(E) = \left(\frac{8}{10}\right) \cdot \left(\frac{9}{10}\right) = \frac{72}{100} = \mathbf{\frac{18}{25}}$$

9. Determine la probabilidad de que la suma de los puntos de las caras visibles de un dado que se ha lanzado al azar sea múltiplo de 5.

Los casos que pueden presentarse en el suceso aleatorio de lanzar un dado son:

- La cara que cae boca abajo es un 6:
  - Las caras visibles del dado son 1, 2, 3, 4 y 5.
  - La suma de los puntos es $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, que es múltiplo de 5.
- La cara que cae boca abajo es un 5:
  - Las caras visibles del dado son 1, 2, 3, 4 y 6.
  - La suma de los puntos es $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$.
- La cara que cae boca abajo es un 4:
  - Las caras visibles del dado son 1, 2, 3, 5 y 6.
  - La suma de los puntos es $1 + 2 + 3 + 5 + 6 = 17$.
- La cara que cae boca abajo es un 3:
  - Las caras visibles del dado son 1, 2, 4, 5 y 6.
  - La suma de los puntos es $1 + 2 + 4 + 5 + 6 = 18$.
- La cara que cae boca abajo es un 2:
  - Las caras visibles del dado son 1, 3, 4, 5 y 6.
  - La suma de los puntos es $1 + 3 + 4 + 5 + 6 = 19$.
- La cara que cae boca abajo es un 1:
  - Las caras visibles del dado son 2, 3, 4, 5 y 6.
  - La suma de los puntos es $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$, que es múltiplo de 5.

La probabilidad que se pide es:

$$P = \frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{2}{6} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

10. La probabilidad de que un boleto de una tómbola sea premiado es de $\frac{1}{5}$.

Establezca la probabilidad de que, al comprar dos boletos, al menos, uno de ellos resulte premiado.

La probabilidad de que un boleto no salga premiado es de:

$$p' = 1 - \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5}$$

Esto es, el suceso contrario a que salga premiado.

La probabilidad de que dos boletos no salgan premiados es de:

$$p'' = \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{25}$$

Es decir, como que no salga premiado el primer boleto y que no salga premiado el segundo boleto son dos sucesos compatibles e independientes, p" sería el suceso intersección de ambos.

El suceso consistente en que salga, al menos, un boleto premiado es el contrario al suceso consistente en que no salga ningún boleto premiado, por tanto, la probabilidad que se pide es de:

$$p = 1 - p'' = 1 - \left(\frac{16}{25}\right) = \frac{25}{25} - \frac{16}{25} = \mathbf{\frac{9}{25}}$$